

6 Собирање и одземање цели и децимални броеви

Собирање цели и децимални броеви

Целите и децималните броеви ги собираме и ги одземаме на ист начин како и целите броеви.

Целиот број го запишуваме како децимален број со нули на децималните места.

Броевите ги подредуваме, така што цифрите со иста месна вредност ги запишуваме една под друга.

Пример 1

Пресметај: а) $27 + 15,8$ б) $-35,25 + 51$ в) $-89,09 - 18$

а)

Десетки	Единици	,	десеттинки
2 ¹	7	.	0
+ 1	5	.	8
4	2	.	8

Добиваме дека $27 + 15,8 = 42,8$

Запишуваме 0 на празното место кај целиот број за да ги израмниме двата броја оддесно.

б) $-35,25 + 51$
 $= 51 - 35,25$
 $= 15,75$

Десетки	Единици	,	десеттинки	стотинки
⁴ 5	¹⁰ 1	.	⁹ 0	¹ 0
- 3	5	.	2	5
1	5	.	7	5

Запишуваме нули на празните места кај целиот број за да ги израмниме двата броја оддесно.

в) $-89,09 - 18$
 $= -(89,09 + 18)$
 $= -107,09$

Стотки	Десетки	Единици	,	десеттинки	стотинки
	8 ¹	9	.	0	9
	+1	8	.	0	0
1	0	7	.	0	9

Запишуваме 0 на празните места кај целиот број за да ги израмниме двата броја оддесно.

ЗАДАЧИ

1. Пресметај ги вредностите на изразите. Користи различни стратегии за пресметување. Прикажи го начинот на кој си решавал.

а) $65 + 49 + 12,84$

б) $56 - 45,23 - 89$

в) $671,7 - 69$

г) $7656 + 312 - 5,07$

д) $764,78 - 564$

ѓ) $671,7 - 0,29$

е) $-543,65 + 458$

ж) $4,89 - 65$

з) $1040 - 89,09$

Собирање и одземање децимални броеви

При вертикално собирање или одземање децимални броеви, децималните запирки мора да бидат вертикално израмнети. Ако има потреба, користиме табели со месни вредности.

Пример 2

Пресметај.

а) $4,9 + 2,15$

б) $4,7 - 2,46$

а)

Единици	десеттинки	стотинки
4	9	0
+ 2	1	5
7	0	5

Запишуваме 0 на празното место за двата броја да се израмнат оддесно.

б)

Единици	десеттинки	стотинки
4	7	0
- 2	4	6
2	2	4

Запишуваме 0 на празното место за двата броја да се израмнат оддесно.

ЗАДАЧИ

1 Одреди ја вредноста на изразите:

а) $6,24 + 8,35$

б) $11,42 + 25,39$

в) $4,78 + 8,43$

г) $19,45 + 9,83$

д) $23,3 + 5,42$

ѓ) $16,77 + 9,5$

е) $8,72 + 14,9$

ж) $123,8 + 9,37$

з) $0,48 + 7,8$

с) $67,043 + 5,672$

и) $9,95 + 0,478$

ј) $12,376 + 7,8$

2 Одреди ја вредноста на изразите:

а) $4,72 - 2,51$

б) $23,78 - 9,35$

в) $13,73 - 2,44$

г) $19,38 - 6,65$

д) $48,65 - 12,78$

ѓ) $32,27 - 1,49$

е) $82,77 - 25,93$

ж) $45,42 - 7,35$

з) $74,9 - 3,67$

с) $11,8 - 4,36$

и) $34,9 - 8,77$

ј) $1,75 - 0,688$

7 Делители и содржатели

Содржателите на бројот 6 се: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

Содржателите на бројот 9 се: 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...

Заеднички содржатели на 6 и 9 се: 18, 36, 54, 72, ...

Најмалиот заеднички содржател (НЗС) на броевите 6 и 9 е бројот 18.

Делители на некој број се броевите со кои тој може да се подели без остаток.

Делители на 18 се: 1, 2, 3, 6, 9 и 18.

Делители на 27 се: 1, 3, 9 и 27.

Заеднички делители на 18 и 27 се 1, 3 и 9.

Најголем заеднички делител (НЗД) на 18 и 27 е 9.

Некои броеви имаат само два делителя. На пример 7 (со делители 1 и 7), 13 (со делители 1 и 13) и 43. Броевите што имаат само два делителя се наречени **прости броеви**.

Првите десет прости броја се: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 и 29.

$$6 \cdot 1 = 6 \quad 6 \cdot 2 = 12 \quad 6 \cdot 3 = 18 \quad \dots$$

$$9 \cdot 1 = 9 \quad 9 \cdot 2 = 18 \quad 9 \cdot 3 = 27 \quad \dots$$

18 36 54 ... се наоѓаат и во две листи на содржатели

$$3 \cdot 6 = 18 \text{ значи дека } 3 \text{ и } 6 \text{ се делители на } 18.$$

Секој цел број поголем од 1, а не е прост број, може да се запише како производ од прости броеви.

Еве некои примери:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \quad 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \quad 196 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7$$

Може да примениме **стебло на делители** за да ги најдеме и да ги прикажеме делителите.

Еве како да го нацртате стеблото на делители за бројот 120.

- 1 Нацртајте гранки од 120 до двата броја што помножени даваат 120. Во нашиот пример се одбрани броевите 12 и 10.
- 2 Сторете го истото за 12 и за 10. $12 = 3 \cdot 4$ и $10 = 2 \cdot 5$
- 3 Броевите 3, 2 и 5 се прости, па затоа тука запрете.
- 4 $4 = 2 \cdot 2$, затоа нацртајте уште две гранки.
- 5 Сега запрете бидејќи сите броеви на краевите се прости.
- 6 Помножете ги сите броеви што се наоѓаат на краевите на гранките.

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Стеблото на делители можете да го нацртате на различни начини.

Еве уште едно стебло за бројот 120.

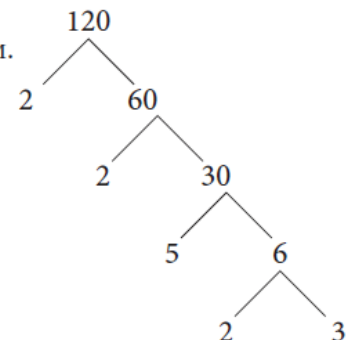
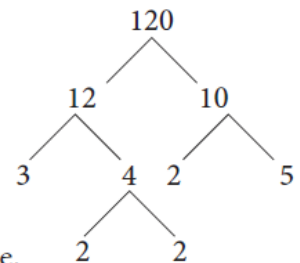
Броевите на краевите на гранките се исти.

$$\text{Резултатот може да го запишете вака: } 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Малечкиот број 3 запишан до бројот 2 е наречен степен показател. 2^3 означува $2 \cdot 2 \cdot 2$.

Да провериме дали се точни следните равенства.

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 75 = 3 \cdot 5^2$$



Да провериме дали се точни следните равенства.

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 75 = 3 \cdot 5^2$$

Можеме да ги примениме овие изрази за да ги најдеме НЗС и НЗД на 60 и 75.

За да го најдеме НЗС, ги множиме сите прости делители на двата броја, но земајќи ги предвид со нивниот најголем степен показател.

$$\text{НЗД} (60, 75) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 4 \cdot 3 \cdot 25 = 300$$

За да го најдеме НЗС, ги множиме оние прости делители што се делители и на двата броја, но земајќи ги предвид со нивниот најмал степен показател.

$$\text{НЗС} (60, 75) = 3 \cdot 5 = 15$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$75 = 3 \cdot 5^2$$

Две двојки, една тројка, две петки.

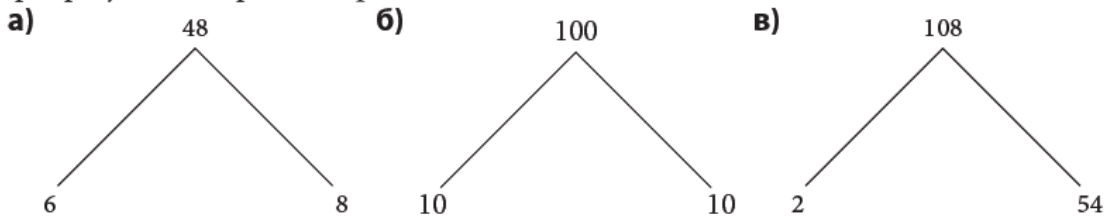
$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$75 = 3 \cdot 5^2$$

Нема заеднички двојки, една тројка, една петка.

ЗАДАЧИ

1 Прецртај ги и доврши ги дрво на делители.



2 а) Нацртај различно дрво на делители за секој од броевите во задача 1.

б) Запиши го секој број како производ од прости броеви.

i 48 ii 100 iii 108

3 Поврзи го секој број со неговиот производ од прости броеви.

20 ————— $2^2 \cdot 5$
 24 • • $2 \cdot 3 \cdot 7$
 42 • • $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
 50 • • $2 \cdot 5^2$
 180 • • $2^3 \cdot 3$

4 Запиши го бројот што е претставен.

а) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$ б) $2 \cdot 3^3$ в) $3 \cdot 11^2$ г) $2^3 \cdot 7^2$ д) $2^4 \cdot 3^2$ ф) $5^2 \cdot 13$

5 Запиши го секој од наведените броеви како производ од прости делители.

а) 24 б) 50 в) 72
 г) 200 д) 165 ф) 136

Можеш да примениш дрво на множење како помош.

6 а) Запиши го секој од наведените броеви како производ од прости делители. i 45 ii 75

б) Одреди го НЗС на 45 и 75.

в) Одреди го НЗД на 45 и 75.

7 а) Запиши го секој од наведените броеви како производ од прости делители. i 90 ii 140

б) Одреди го НЗС на 90 и 140.

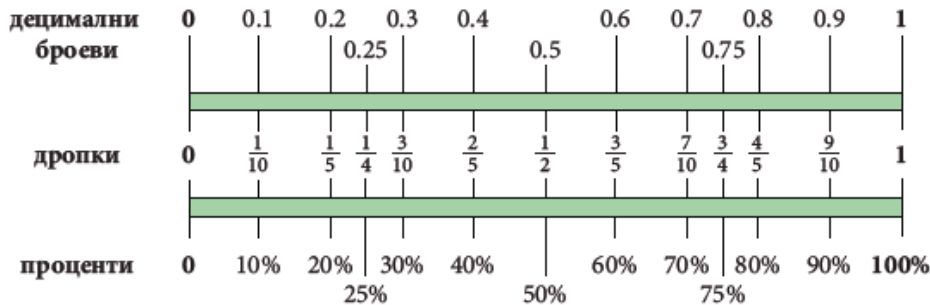
в) Одреди го НЗД на 90 и 140.

8 Броевите 37 и 47 се прости броеви.

а) Кој број е НЗД на 37 и 47? б) Кој број е НЗС на 37 и 47?

8 Еквивалентни дробки, децимални броеви и проценти

Некои еквивалентни или еднакви дробки, децимални броеви и проценти се прикажани долу:



Броител е бројот над дробната црта, именител е бројот под дробната црта.

Можеме да претвораме дробки, децимални броеви и проценти. Треба да ги следиме овие чекори.

Дробка во децимален број

- Ја пишуваме дробката со еквивалентна дробка со именител 10 или 100 или 1000 или...
- Ја пишуваме оваа еквивалентна дробка како децимален број. Користиме табела за месните вредности.

Пример: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

$$\frac{6}{10} = 0,6$$

Децимален број во процент

Го множиме децималниот број со 100 и го претвораме во процент.

Пример: $0,6 \cdot 100 = 60\%$

Дробка во процент

Ги следиме чекорите во „Дробка во децимален број“, а потоа чекорот од „Децимален број во процент“.

Или ако сакаме, ја пишуваме дробката со именител 100, тогаш броителот е ист со процентот.

Пример: $\frac{2}{50} = \frac{4}{100}, \frac{4}{100} = 4\%$

Децимален број во дробка

- Го пишуваме децималниот број како дробка. Користиме табела на месни вредности.
- Ја кратиме дробката.

Пример: $0,22 = \frac{22}{100}$

$$\frac{22}{100} = \frac{11}{50}$$

Процент во децимален број

Подели го процентот со 100 и претвори го во децимален број.

Пример: $5\% : 100 = 0,05$

Процент во дробка

- Го пишуваме процентот како дробка со именител 100.
- Ја кратиме дробката.

Пример 1

Претвори ја $\frac{13}{20}$ во децимален број.

$$\frac{13}{20} = 13 : 20 = 0,65$$

Пример 2

Претвори ги следните проценти во децимални броеви.

- а) 38% б) 30% в) 5%

а) $38 : 100 = 0,38$

б) $30 : 100 = 0,3$

в) $5 : 100 = 0,05$

Пример 3

Претвори ги следните децимални броеви во проценти.

- а) 0,8 б) 0,23 в) 0,125

а) $0,8 \cdot 100\% = 80\%$

б) $0,23 \cdot 100\% = 23\%$

в) $0,125 \cdot 100\% = 12,5\%$

Пример 4

Претвори ги следните дропки во проценти

- а) $\frac{2}{5}$ б) $\frac{7}{8}$

а) $\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$

$0,4 \cdot 100\% = 40\%$

б) $\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875$

$0,875 \cdot 100\% = 87,5\%$

Пример 5

Претвори ги следните проценти во дробки.

- а) 45% б) 5% в) 12,5% г) 49,5%

$$\text{а) } 45\% = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

$$\text{б) } 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$\text{в) } 12,5\% = \frac{12,5}{100} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

$$\text{г) } 49,5\% = \frac{49,5}{100} = \frac{495}{1000} = \frac{99}{200}$$

Пример 6

Претвори ги следните децимални броеви во дробки.

- а) 0,85 б) 0,07

$$\text{а) } 0,85 = 0,85 \cdot 100\% = 85\% = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$$

$$\text{б) } 0,07 = 0,07 \cdot 100\% = 7\% = \frac{7}{100}$$

ЗАДАЧИ

- 1** Користи ги броевите од рамката за да дадеш точен одговор.
Може да го употребиш секој број само еднаш.

0,6 0,4 $\frac{7}{10}$ 75% $\frac{1}{4}$ 80% $\frac{1}{5}$ 0,75 $\frac{1}{2}$

- а) $0,25 = \square$ б) $40\% = \square$ в) $\frac{\overline{247}}{247} = \square$ г) $50\% = \square$
 д) $60\% = \square$ е) $0,2 = \square$ ж) $\square = \square$
- 2** Запиши го секој процент како: **i** децимален број **ii** дробка.
 а) 14% б) 74% в) 24% г) 8%
- 3** Запиши го секој децимален број како: **i** процент **ii** дробка.
 а) 0,34 б) 0,06 в) 0,68 г) 0,81
- 4** Запиши ја секоја од дробките како: **i** децимален број **ii** процент.
 а) $\frac{9}{25}$ б) $\frac{7}{20}$ в) $\frac{1}{25}$ г) $\frac{19}{20}$

9 Претворање на дробки во децимални броеви

Периодични децимални броеви

Веќе знаеме како да претвориме дробка во децимален број со употреба на еквивалентни дробки. Можеме и да употребиме делење за да ја претвориме дробката во децимален број. Дробката $\frac{6}{25}$ е „шест дваесет и петтини“, „шест од дваесет и пет“ или „шест поделено со дваесет и пет“.

За да ја добиеме дробката како децимален број, го делиме 6 со 25: $6 : 25 = 0,24$

Децималниот број 0,24 е **конечен** затоа што завршува.

Употребуваме калкулатор за ова

Кога ја претвораме дробката $\frac{71}{99}$ во децимален број, добиваме: $71 : 99 = 0,71717171\dots$

Бројот 0,71717171... е **периодичен децимален број**, тој има бесконечен запис во децималните места во кој цифрите 7 и 1 се повторуваат без прекин. Можеме да го запишеме бројот 0,71717171... како 0,(71) каде што заградите покажуваат дека цифрите 7 и 1 се повторуваат по тој редослед бесконечно.

Децималниот број со повторување секогаш може да се запише како дробка.

Пример

Претвори ги дробките во децимални броеви.

- а) $\frac{5}{8}$ б) $\frac{2}{3}$ в) $\frac{1}{6}$ г) $\frac{23}{27}$ д) $\frac{1}{15}$

Одговорот под **д)** заокружи го на 2 децимални места.

а) $\frac{5}{8}$ значи $5 : 8$, па добиваме $\frac{5}{8} = 0,625$

Ова е конечен децимален број, па ги запишуваме сите цифри.

б) $\frac{2}{3}$ значи $2 : 3$, па добиваме $\frac{2}{3} = 0,666666\dots = 0,(6)$

в) $\frac{1}{6}$ значи $1 : 6$, па добиваме $\frac{1}{6} = 0,1666666\dots = 0,1(6)$

г) $\frac{23}{27}$ значи $23 : 27$, па добиваме $\frac{23}{27} = 0,851851851\dots = 0,(851)$

д) $\frac{1}{15}$ значи $1 : 15$, па добиваме $\frac{1}{15} = 0,0666666\dots = 0,07$ (на 2 д.м.)

Запомни:

Целата група од децимални места што се повторува ја ставаме во загради.

ЗАДАЧИ

1 Употреби делење за да ја претвориш секоја од дробките во конечен децимален број.

- а) $\frac{17}{25}$ б) $\frac{11}{20}$ в) $\frac{1}{8}$ г) $\frac{5}{16}$ д) $\frac{29}{32}$

2 Употреби делење за да ја претвориш секоја од дробките во периодичен децимален број

- а) $\frac{2}{3}$ б) $\frac{1}{9}$ в) $\frac{7}{11}$ г) $\frac{13}{33}$ д) $\frac{41}{333}$

3 Употреби делење за да ја претвориш секоја од дробките во децимален број со точност до 3 децимални места.

- а) $\frac{5}{13}$ б) $\frac{6}{7}$ в) $\frac{16}{21}$ г) $\frac{18}{35}$ д) $\frac{126}{289}$

10 Подредување и споредување дробки

За да ги напишеме дробките по ред на големина, мораме да ги споредиме дробките.

Еден начин да го направиме ова е да ги напишеме сите дробки како еквивалентни дробки со ист именител. Овој именител го нарекуваме **заеднички именител**.

Друг начин е да ја поделиме и да ја напишеме секоја дробка како децимален број. Може ќе биде потребно да ги запишеме броевите со едно, две или повеќе децимални места за да ги подредиме по големина.

Пример 1

Упрости ја дробката $\frac{28}{32}$ до нескратлива дробка.

$$\frac{28}{32} \begin{array}{c} :2 \\ \hline :2 \end{array} = \frac{14}{16} \begin{array}{c} :2 \\ \hline :2 \end{array} = \frac{7}{8}$$

Ова можеме да го направиме во еден чекор со делење на броителот и на именителот со 4.

$$\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$$

Добиената дробка не можеме да ја упростуваме понатаму. Значи таа е нескратлива дробка.

Пример 2

Подреди ги следните дробки, почнувајќи од најмалата.

$$\frac{5}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{3}$$

Прво да ги запишеме дробките како дробки со еднакви именители.

Најмалиот заеднички содржател на 3, 8 и 12 е бројот 24.

$$\frac{5}{12} \begin{array}{c} \cdot 2 \\ \hline \cdot 2 \end{array} = \frac{10}{24} \quad \frac{3}{8} \begin{array}{c} \cdot 3 \\ \hline \cdot 3 \end{array} = \frac{9}{24} \quad \frac{1}{3} \begin{array}{c} \cdot 8 \\ \hline \cdot 8 \end{array} = \frac{8}{24}$$

Сега лесно ќе ги запишеме дробките подредени по големина.

$$\frac{8}{24}, \frac{9}{24}, \frac{10}{24}$$

Значи, почетните дробки подредени по големина се $\frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{5}{12}$

ЗАДАЧИ

1. Употреби еквивалентни дробки за да ги подредиш овие дробки по големина почнувајќи од најмалата.

а) $\frac{11}{12}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}$ б) $\frac{4}{7}, \frac{1}{2}, \frac{9}{14}$ в) $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{11}{18}$ г) $\frac{9}{10}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ д) $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ е) $\frac{7}{10}, \frac{4}{15}, \frac{1}{6}$

2. Употреби делење при подредување на овие дробки по големина, почнувајќи од најголемата.

а) $\frac{1}{3}, \frac{3}{10}, \frac{4}{11}$ б) $\frac{8}{15}, \frac{11}{20}, \frac{4}{7}$ в) $\frac{5}{18}, \frac{2}{9}, \frac{18}{61}$ г) $\frac{12}{21}, \frac{11}{16}, \frac{3}{5}$ д) $\frac{19}{25}, \frac{17}{20}, \frac{9}{11}$ е) $\frac{32}{35}, \frac{17}{18}, \frac{11}{12}$

3. Упрости ги следните дробки до нескратлива форма.

а) $\frac{14}{20}$ б) $\frac{16}{24}$ в) $\frac{15}{45}$ г) $\frac{24}{60}$ д) $\frac{24}{84}$ е) $\frac{18}{48}$

4. Која дробка во секој пар дробки е поголема?

а) $\frac{5}{7}, \frac{3}{5}$ б) $\frac{4}{7}, \frac{2}{3}$ в) $\frac{3}{10}, \frac{2}{7}$ г) $\frac{2}{3}, \frac{5}{8}$ д) $\frac{3}{5}, \frac{7}{11}$ е) $\frac{3}{8}, \frac{2}{5}$

5. Дополни со еден од знаците „<“, „=“ или „>“.

а) $\frac{3}{4} \square \frac{11}{12}$ б) $\frac{5}{7} \square \frac{2}{3}$ в) $\frac{11}{16} \square \frac{3}{4}$ г) $\frac{9}{15} \square \frac{3}{5}$ д) $\frac{7}{9} \square \frac{4}{5}$ е) $\frac{2}{3} \square \frac{11}{16}$